

Τεστ 2

Θέμα 1

- A.**
1. Πότε μια Ευκλείδεια διαίρεση λέγεται τέλεια;
 2. Πότε ένας ακέραιος a λέγεται περιττός;
 3. Να γράψετε τα δυνατά υπόλοιπα της Ευκλείδειας διαίρεσης του φυσικού a με τον $\beta \in \mathbb{N}^*$.
- B.** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.
1. Αν $a, \beta \in \mathbb{Z}$ με $\beta \neq 0$, τότε υπάρχουν ακέραιοι κ και υ τέτοιοι ώστε

$$a = \kappa\beta + \upsilon, \quad \dots \leq \upsilon < \dots$$
 2. Αν ένας ακέραιος a έχει τη μορφή λέγεται άρτιος.
 3. Το πλήθος των δυνατών υπολοίπων της Ευκλείδειας διαίρεσης του ακέραιου a με τον $\beta \in \mathbb{Z}^*$ είναι

Θέμα 2

- A.** Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της Ευκλείδειας διαίρεσης του a με τον β σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις
- i. $a = 73$ και $\beta = 11$
 - ii. $a = 73$ και $\beta = -11$
 - iii. $a = -73$ και $\beta = 11$
 - iv. $a = -73$ και $\beta = -11$
- B.** Να βρείτε τα δυνατά υπόλοιπα της ευκλείδειας διαίρεσης του $a = 3\kappa + 5$ με
- i. τον -3
 - ii. τον 6

Θέμα 3

- A.** Αν ο αριθμός 57 διαιρεθεί με τον θετικό ακέραιο β , δίνει πηλίκο 1 . Να βρείτε τις δυνατές τιμές του υπόλοιπου της διαίρεσης αυτής.
- B.**
1. Αν $\kappa \in \mathbb{Z}$, να δείξετε ότι: $\frac{a^2 + 4}{3} \notin \mathbb{Z}$.
 2. Να δείξετε ότι η εξίσωση: $x^2 - 3y + 4 = 0$ δεν έχει ακέραιες λύσεις.

Θέμα 4

- A.** Αν $a, \beta \in \mathbb{Z}$ και β περιττός, να δείξετε ότι:

$$\frac{2a^4 - 2a^2 + \beta^2 - 1}{8} \in \mathbb{Z}$$

- B.** Αν οι διαιρέσεις των ακεραίων a, β με το 3 δεν είναι τέλειες και v_1, v_2 τα υπόλοιπα αυτών, να βρείτε τις δυνατές τιμές της παράστασης.

$$A = v_1^3 + v_2^3$$